**ПРОЛЕТНИ СЪСТЕЗАНИЯ – 2018г.   
C-група, ЗАДАЧА “Investor” (ИНВЕСТИТОР)**

В задачата се забелязва, че ще имаме редица на Фибоначи с избрани първоначални две стойности. Въпросът тогава ни се свежда до колко различни първоначални вноски можем да направим, така че N-тото число от редицата на Фибоначи да има стойност S.

Правим следното наблюдение. Нека означим първоначалните вноски с ‘x’ и ‘y’ и изразим всеки следващи с тях.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Номер на вноската | Сума на вноската  **(fib[n] = fib[n-1] + fib[n-2])** | Числа на Фибоначи |
| 0. |  | 0 |
| 1. | x | 1 |
| 2. | y | 1 |
| 3. | x+y | 2 |
| 4. | x+2y | 3 |
| 5. | 2x+3y | 5 |
| 6. | 3x+5y | 8 |
| 7. | 5x+8y | 13 |

и т.н.

Нека означим коефициента пред x в N-тата вноска с ‚A’, а коефициента пред y с ‚B’. Забелязва се, че A = fib[N-2] и B = fib[N-1].

**Пример:** N = 7, където следва, че S = 5x + 8y, A = 5 и B = 8. fib[N-2] = fib[7-2] = fib[5] = 5, а fib[N-1] = fib[7-1] =fib[6]=8. Следва, че A = fib[N-2] и B = fib[N-1].

Сумата на N-тата вноска е S, което изразено, чрез първоначалните две вноски е Ax + By. Оттук получаваме диофантовото уравнение Ax + By = S.

Ако S не се дели на НОД(A, B), то тогава задачата няма решение и извеждаме 0. В противен случай съкращаваме A, B и S на НОД(A, B). Ще означим с x0 и y0 решенията на диофантовото уравнение, които се получават при използването на разширения алгоритъм на Евклид. Разширения алгоритъм на Евклид намира решения на Ax0 + By0 = 1 и умножаваме x0 и y0 по S, за да стане равно на Ax0 + By0 = S.

Нека с x и y означим, кое да е решение на диофантовото уравнение.  
  
Тъй като, (x0, y0) и (x, y) са решения на уравнението Ax + By = C, то важи следната система от уравнения:

Ако извадим двете уравнения, получаваме, че

*, или*

Ако изразим за xполучаваме, че = . Полагаме   
k = и тогава x= x0 + Bk. От полагането k = , следва че Ak = -y + y0 **=>** y = y0 – Ak.

Така получаваме уравнения за xи y:  
x= x0 + Bk  
y = y0  - Ak

Тъй като вноските трябва да са положителни, са в сила следните неравенства x > 0 и y > 0. Изразяваме x и y от получените по-горе уравнения и получаваме

x0 + Bk > 0 и y0 – Ak > 0. Изразяваме неравенствата за k и получаваме, че

С k1 означаваме най-малката възможна цяла стойност за k, за която е вярно , а с k2 – най-голямата възможна цяла стойност за k, за която е вярно Ако k1 > k2, то задачата няма решение и извеждаме нула, в противен случай броят възможни първоначални вноски са k2 – k1 + 1.